Manual de Geometría Elemental de Miguel Constanzó*

El documento que presentamos a continuación es el *Manual de Geometría Elemental*, escrito por Miguel Constanzó a finales del siglo XVIII que trata de manera sencilla y breve los aspectos elementales de la geometría euclidiana. Los puntos que desarrolla son los básicos para comprender y aplicar estos aspectos a problemas prácticos; el autor parte de las definiciones básicas de los elementos que sirven para definir y aplicar la geometría a problemas, como lo sería el punto, los diferentes tipos de líneas (rectas y curvas), la circunferencia; para luego tratar de los diferente tipos de ángulos y de su forma de medirse; versa sobre el espacio de los cuerpos y sus características; trata también de las líneas perpendiculares, oblicuas y paralelas y su aplicación en un espacio, para formar los diferentes tipos de ángulos; pasa a analizar las líneas rectas aplicadas al círculo; de las líneas que cierran un espacio o de las figuras planas; también analiza los triángulos y su igualdad y las características de los cuadriláteros; para finalizar con un problema que es un ejemplo práctico de la aplicación de los aspectos teóricos que se desarrollan en el documento.

Miguel Constanzó, nació en Barcelona, España, donde se formó como ingeniero militar, y murió en la ciudad de México en 1814. Llegó a la Nueva España en 1764, como subteniente a las órdenes del general Juan de Villalba y Angulo, como parte de la oficialidad española que venía a reforzar a los oficiales del ejército novohispano. En 1767, el marqués de Croix lo comisionó bajo las órdenes del brigadier Domingo Elizondo a las Provincias Internas de Occidente, y su misión, junto con José de Urrutia, fue la de levantar los planos de la bahía de La Paz, puerto de Cortés,

*Transcripción de Gabriela Sofía González Mireles. Analista del Departamento de Fondos Virreinales
Selección y presentación de Juan Hernández López. Jefe del Departamento de Fondos Virreinales.

bahía de San Bernardo y cabo San Lucas. En 1768 formó parte del viaje a Sonora que realizó José de Gálvez, visitador de Nueva España, quien lo incorporó como alférez de ingenieros a la expedición marítima de Gaspar de Portolá a la Alta California. Zarpó de La Paz el 10 de enero de 1769, y llegó al puerto de San Diego el 29 de abril. Exploró con éxito las costas de la Alta California con el fraile Juan Crespí y llegó al puerto de Monterrey para levantar un fuerte. En 1772 ya en la ciudad de México participó en obras publicas de relevancia, entre las que destaca las que realizó en el desagüe, la ampliación de la casa de Moneda, y de varias iglesias y conventos, como la reconstrucción del convento de la Encarnación, y la edificación del de San Francisco en la ciudad de Orizaba. Fue comisionado para reacondicionar el castillo de San Diego en el puerto de Acapulco y el de San Juan de Ulúa en Veracruz, y realizó una inspección a las costas del Golfo de México. Emitió opiniones sobre varios aspectos para la construcción de caminos y obras publicas en el virreinato. El *Manual de Geometría Elemental*, posiblemente escrito alrededor de 1779 es parte de su trabajo profesional como ingeniero y catedrático de la Real Academia de San Carlos, donde la geometría era esencial para realizar con éxito los levantamientos de planos geográficos y de edificios, que requerían precisión.

Para tener una visión de la importancia de la actividad intelectual y de la relevancia de Miguel Constanzó en la sociedad virreinal, veamos la opinión que Alejandro de Humboldt dio de él: "Este sabio, tan modesto como profundamente instruido, ha recogido de treinta años a esta parte cuanto tiene relación con el conocimiento geográfico del extenso reino de Nueva España. Es el único oficial de ingenieros que se ha dedicado a examinar las diferencias en longitud de los puntos más lejanos de la capital. Ha formado por sí mismo muchos planos importantes en los cuales se ve cómo pueden reemplazar, hasta cierto punto, las combinaciones ingeniosas a las observaciones astronómicas. Yo tengo tanta mayor satisfacción en tributar esta justicia al señor Constanzó, tanto más cuando he visto en los archivos de México muchos mapas manuscritos en los cuales las escalas de longitud y de latitud no son más que un adorno accidental".

El *Manual de Geometría Elemental* se localiza en el Indiferente Virreinal, en la sección Secretaría de Cámara, serie Indiferente de Guerra, en el Archivo General de la Nación, y es un ejemplo de la riqueza documental que trata sobre las ciencias aplicadas. Los fondos documentales que se pueden consultar sobre este mismo tema y autor son: *Ayuntamientos, Archivo Histórico de Hacienda, Casa de Moneda; Californias, Obras Públicas, Historia, Reales Cédulas, Indiferente de Guerra, Marina, Provincias Internas, Inquisición, Correspondencia de Virreyes, Minería*, y *Desagüe.*

Geometría Elemental

Punto matemático es un signo intelectual invisible el cual moviéndose forma línea. Si el movimiento es recto se llama línea recta, si curvo, curva, y si recto curvo, se llama línea mixta.

La línea recta es única.

Línea, distancia, longitud, es una misma cosa.

Línea recta es aquella cuyos puntos están en una misma dirección y algunos la definen: el rastro o huella que dejaría un punto moviéndose de continuo en una misma dirección.

Curva es aquella cuyos puntos no están en una misma dirección o moviéndose, mudando de dirección. Consecuencias:

1ª. Desde un punto a otro no puede tirarse más de una recta, pero si infinitas curvas.

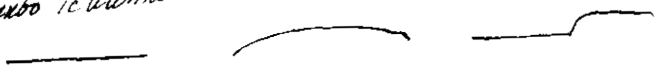
2ª. La línea recta es la más corta de cuantas se pueden tirar de un punto a otro por está razón es la medida cabal de la distancia entre dos puntos.

3ª. Para determinar la posición de una recta basta conocer dos puntos de suerte que enconviniendolos se conoce la de toda la línea.

[1 f]

Geometria Elemental.

Punto matematico es un signo intelectual invisible el qual moviendose forma linea. Si el movimiento es recto se llama linea recta. Si curvo, curba, y si recto y curbo se llama linea mixta



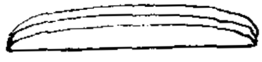
La linea recta es unica

Linea, distancia, longitud es una misma cosa

Linea recta es aquella cuyos puntos estan en una misma direccion, y algunos la definen el rastro ó huella q.e deja un punto moviendose de continuo en una misma direccion.

Curva es aquella cuyos puntos no estan en una misma direccion, o moviendose mudando de direccion

Consequencias 1.a Desde un punto á otro no puede tirarse mas de una recta, pero si infinitas curvas.

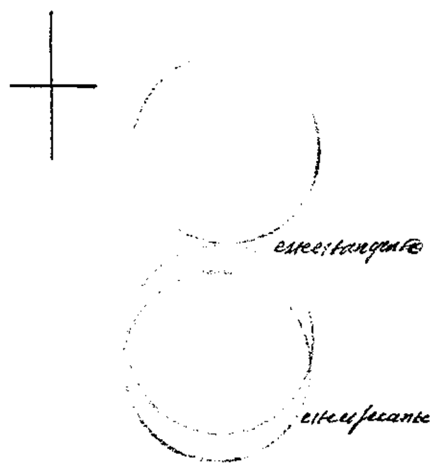


2.a La linea recta es la mas corta de quantas se pueden tirar de un punto á otro. Y por esta razon es la medida cabal de la distancia entre dos puntos.

3.a Para determinar la posicion de una recta basta conocer dos puntos de suerte q.e en conociendolos se conoce la de ~~toda~~ la linea.

4ª. Consequencia. Dos lineas rectas no se pueden cortar sino en un punto, a diferencia de las curbas q^e se pueden cortar en varios

5ª. Si dos puntos de una Recta estan a igual distancia de otros dos puntos cada linea estará á igual distancia delos mismos puntos



4ª. Consecuencia. Dos líneas rectas no se pueden cortar sino en un punto, a diferencia de las curvas que se pueden cortar en varios.

5ª. Si dos puntos de una recta están a igual distancia de otros dos puntos, cada línea estará a igual distancia de los mismos puntos.

[1 v]

1ª. Llamaré circunferencia del círculo y su espacio área o superficie. Círculo y radios o semidiámetro, todas las líneas, y se infiere que todos los radios son iguales. Que las circunferencias cuyos centros están en un mismo punto no se pueden encontrar sin confundirse en una sola circunferencia.

Que no tienen un mismo centro las circunferencias que se encuentran.

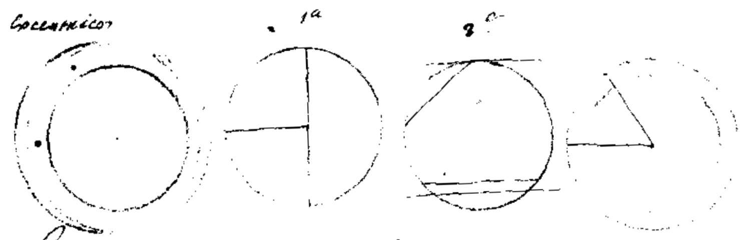
Que todos los diámetros de un circulo son iguales unos con otros.

2ª. Las proporciones **a, b, g, d, f**, se llaman arcos y las rectas tiradas se llaman cuerdas. Y se infiere que cuerdas iguales de un mismo círculo o de círculos iguales subtenden arcos iguales, y recíprocamente, arcos iguales de un mismo círculo o de círculos iguales, tienen cuerdas iguales. El diámetro es la más larga de todas las cuerdas.

3ª. Llámanse círculos concéntricos los que tienen su centro en un mismo punto, y el espacio que hay se llama corona, o círculo excéntrico los que no lo tienen.

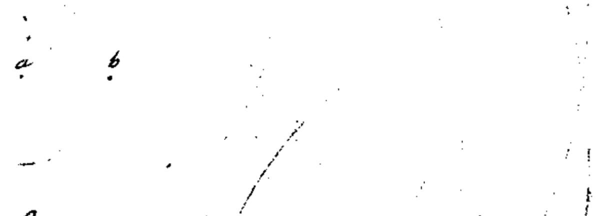
La circunferencia del círculo, grande o chica, se divide en 360 partes iguales que llaman grados. El grado en 60 minutos, éste en 60 segundos y este en 60 terceros. Señales : grado °, minuto ‘, segundo “, tercero “’.

[2 f]



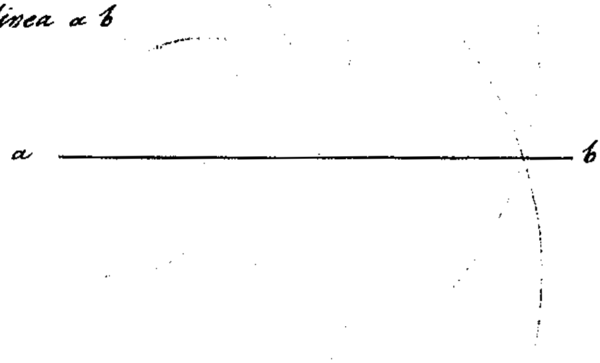
1ª Llamase circunferencia del Circulo, y su espacio area
ó superficie. circulo y radios, ó semidiametro, todas las lineas, y se infiere
q.e todos los radios son iguales. Que las circunferencias
cuyos centros estan en un mismo punto no se pueden
encontrar sin confundirse en una sola circunferen-
cia. Que no tienen un mismo centro las circun
ferencias q.e se encuentran. Que todos los diametros
De un circulo son iguales unos con otros.
2ª Las proporciones a. b. g. d. f. se llaman arcos, y las
rectas tiradas se llaman cuerdas. Y se infiere que
cuerdas iguales de un mismo circulo ó de circu-
los iguales subtienden arcos iguales, y reciproca-
mente; arcos iguales de un mismo circulo, ó de
circulos iguales tienen cuerdas iguales. El dia
metro es la mas larga de todas las cuerdas.
3ª Llamanse circulos concentricos los q.e tienen su cen
tro en un mismo punto, y el espacio q.e hay se llama
Corona ó anulo Concentrico, los q.e no lo tienen
La circunferencia del circulo grande ó chica se
divide en 360 partes iguales q.e llaman grados. El grado
en 60 minutos. Este en 60 segundos, y este en 60 3.os Señales
grado ° minuto ' segundo '' tercero '''

Problema. Por dos puntos poco distantes continuar una linea recta. sean los punto a b



Otro. Entre dos puntos dados hallar otros dos que todos esten en linea recta. sean los puntos A B y los que busco x z

Otro. Provar si una linea recta dada lo es. Sea la linea a b



Problema. Por dos puntos poco distantes, continuar una línea recta. Sean los puntos **a b**

Otro. Entre dos puntos dados, hallar otros dos, que todos estén en línea recta, sean los puntos **A B** y los que *busco* **X Z**

Otro. Probar si una línea recta dada lo es. Sea la línea **a b**

[2 v]

Otro problema. Conocer si dos líneas son iguales. Se tiran de cualquier dirección, en siendo rectas y el modo de conocer la igualdad o desigualdad, es poner el compás sobre unas y llevarlo a otra para conocerlo

Es visto por la operación que **a b** es mayor que **c d**, o viceversa **c d** menor que **a b** y que no se ajustan.

Así como un punto **a** moviéndose directamente produce la línea recta **a b**. Así también si una recta **c a** manteniendo fija la extremidad **c** se moviere alrededor, la otra extremidad **a** movible, irá describiendo una curva que volverá a concluir en su principio cuando vuelva a su antiguo lugar.

[3 f]

Otro Problema. Conocer si dos lineas son iguales se tiran de qualquiera direccion en siendo rectas y el modo de conocer la igualdad ó desigualdad es poner el Compas sobre una, y llevarlo a otra para conocerlo

a ——————————— b

c ——————————— d

Es visto p.r la operacion q.e a b es mayor que c d, ó vice versa c d menor q.e a b y q.e no se ajustan

Asi como un punto a moviendose directamente produce la linea recta a b. Asi tambien si una recta c a mantaniendo fixa la extremidad c se moviere al rededor, la otra extremidad a movible irá describiendo una curva q.e volverá a concluir en su principio quando vuelva a su antiguo lugar.

a ——— b

c ——— a

De los ~~Angulos, y de su medición~~

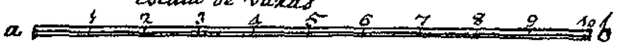
Axioma. Una cantidad se ajusta al lugar de otra quando puesta en él lo ocupa enteramente. Y así las cantidades ajustadas son iguales, ~~y reciprocamente las iguales se ajustan~~. Pero aunq.e sean iguales no se ajustan sino son semejantes como un circulo igual á otro, un quadrado á otro y un triangulo á otro &.a Lue todo quiere decir q.e no basta la igualdad sino hay semejanza ó son de la misma especie

De la Escala de proporcion

Las lineas se miden con otras lineas, pero en gral la medida comun de las lineas es la linea recta

1.º La escala sirve p.a tomar en ella su n.º ~~de partes~~ determinado de partes y 2.º sirve p.a saber de quantas partes consta una linea determinada.

Escala de varas



[De los ángulos y de su medición]

Axioma. Una cantidad se ajusta al lugar de otra cuando puesta en él lo ocupa enteramente. Y así las cantidades ajustadas son iguales [y recíprocamente las iguales se ajustan]. Pero aunque sean iguales, no se ajustan sino con semejantes, como un círculo igual a otro, un cuadrado a otro, un triángulo a otro, etcétera. Que todo quiere decir que no basta la igualdad, si no hay semejanza o son de la misma especie.

De la escala de proporción

Las líneas se miden con otras líneas, pero en general la medida común de las líneas es la línea recta.

1°. La escala sirve para formar en ella un número determinado de partes y 2° sirve para saber de cuantas partes consta una línea determinada.

[3 v]

De los ángulos y de su medición

Llamamos ángulo la distancia que hay entre dos líneas que concurren en un punto llamado punta o vértice del ángulo. La distancia **b a c**. v[erbi]g[racia] *que hay entre dos líneas **a b**, **a c**, forma o causa el ángulo **b a c** cuyo vértice está en el punto **a**. Las líneas **a b**, **a c** se llaman los lados del ángulo.

Este se llama ángulo plano o rectilíneo porque sus lados son dos líneas rectas. Llámase curvilíneo cuando sus lados son dos líneas curvas y mixtilíneo cuando el un lado es una línea recta y el otro una línea curva. Sólo se tratará de los rectilíneos aquí.

Cuando se señale algún ángulo se hará con tres letras, que la una estará en el vértice del ángulo y las otras dos en los lados. Al nombrarlas se hará siempre en segundo lugar la del vértice para no equivocarse, y aun cuando muchos ángulos diferentes tienen su vértice en un mismo punto.

La cantidad que la **a b** ha andado en el movimiento apartándose de **a c**, es lo que llamamos ángulo. De aquí se infiere:

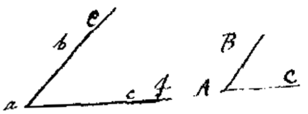
1° Que la cantidad de un ángulo no pende de lo que lo que cogen de largo sus lados, sí sólo de la abertura, inclinación o distancia que hay entre ellos, y por esto es igual el ángulo **b a c**, que [que si dos ángulos **bac BAC**] el **e a f**, o más bien dicho es el mismo ángulo aunque sus lados **b a** son más cortos que los lados [mancha de tinta] **a**, **f a**

Que si dos ángulos **b a c**, **B. A. C.** son iguales y se pone el vértice del uno sobre el vértice del otro de modo que

[4 f]

Delos Angulos, y de su medicion

Llamamos ~~Angulo~~ la distancia q. hay entre dos lineas q. concurren
en un punto llamado punta, ó vértice del angulo. La distancia
b a c. v.g. q.e hay entre dos lineas ab, ac forma o causa el an-
gulo bac cuyo vertice está en el punto a; las lineas ab, ac
se llaman los lados del angulo.



Este se llama angulo plano ó rectilineo por q. sus lados son dos lineas
rectas: llamase curvilineo quando sus lados son dos lineas
curvas; y mixtilineo quando el un lado es una linea recta, y el
otro una linea curva. Solo se tratara delos rectilineos aqui.

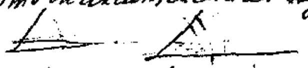
Quando se señale algun angulo se hara con tres letras q. la una
estará en el bertice del angulo, y las otras dos en los lados. Al nom-
brarlas se hara siempre en segundo lugar la del bertice para no
equivocarse, y mas quando muchos angulos diferentes tienen
su vertice en un mismo punto

La cantidad q. la a b ha andado en el movimiento apartan-
dose de a c es lo q. llamamos angulo. De aqui se infiere.
1º Que la cantidad de un angulo no pende de lo q. cogen de
largo sus lados, si solo dela abertura, inclinacion o dis-
tancia q.e hay entre ellos, y por esto es igual el angulo b a c, que
~~Que n dos angulos b a c B.A.C~~
el e a f, ó mas bien es el mismo angulo aunq.e sus
lados b a son mas cortos q.e los lados ~~ba~~, f a.

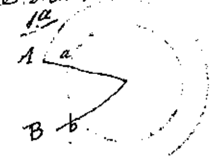
Que si dos angulos b a c, B.A.C. son iguales, y se pone
el vertice del uno sobre el vertice del otro de modo q.e

el lado del uno caygà encima de ~~sobre~~ el lado del otro

Y queda provado q.e un angulo cuyo vertice està
en el centro del circulo tiene p.r medida el
arco q.e sus dos lados interceptan, ya sea lejos
o ya sea cerca del vertice donde se hace, p.r q.e el arco tiene el mismo valor ~~companble~~
como la circunferencia. v.g. Porq.e sea grande ó pe-



queña la circunferencia cuyo centro està en el ver-
tice del angulo el arco q.e coge sus dos lados es de igual
valor o igual n.o de grados respectivos, es decir q.e el tal
arco q.e coge un mismo n.o de grados de su circulo.
El arco ab. v.g tiene los mismos grados q.e el arco
AB p.r q.e si el uno de los dos es la Octava p.te de su circun-
ferencia, el otro tambien lo es la octava p.te de la
suya. Dichos arcos de diferentes circulos q.e cogen un mismo nu-



mero de grados y son respectivam.te una misma p.te de la
circunferencia se llaman arcos proporcionales
ó semejantes.

Luego p.a dividir un angulo en muchas partes iguales
basta dividir el arco q.e le mide en el n.o propuesto de partes
iguales y tirar p.r los puntos de division lineas al ver-
tice del angulo. Y para formar un angulo igual
con otro angulo, para formar v.g. en el punto a (de la
figura 2.a anterior ~~q. sigue~~) de la linea a c. un angulo igual al
BAC se trazara con una abertura de compas arvitraria
y desde el punto a un arco indefinido c b aplicando despues la
punta del compas en el vertice A del angulo dado BAC se trazarà
con la misma abertura el arco BC tomara la distancia de C à B
se la llevarà desde c à b y quedarà determinado el punto b p.r el
qual y por el punto a se tirara la a b cuya linea formarà con la
a c el angulo b a c igual al dado BAC.

el lado del uno caiga encima del lado del otro.

Y queda probado que un ángulo cuyo vértice está en el centro del círculo, tiene por medida el arco que sus dos lados interceptan, ya sea lejos o ya sea cerca del vértice donde se trace por que el arco tiene el mismo valor como la circunferencia.

Porque sea grande o pequeña la circunferencia cuyo centro está en el vértice del ángulo, el arco que coge sus dos lados es de igual valor o igual número de grados respectivos. Es decir que el tal arco coge un mismo número de grados de su círculo.

El arco **a b**, v[erbi]g[racia] tiene los mismos grados que el arco **A B**, porque si el uno de los dos es la octava parte de su circunferencia, el otro también será la octava parte de la suya. Dichos arcos de diferentes círculos que cogen un mismo número de grados y son respectivamente una mínima parte de su circunferencia, se llaman arcos proporcionales o semejantes.

Luego para dividir un ángulo en muchas partes iguales, basta dividir el arco que se mide en el número propuesto de partes iguales y tirar para los puntos de división líneas al vértice del ángulo. Y para formar un ángulo igual con otro ángulo, para formar v[erbi]g[racia] en el punto **a** de la figura 2ª. arriba [que sigue] de la línea **a c**, un ángulo igual al **B A C**, se trazará con una abertura de compás arbitraria, y desde el punto **a** un arco indefinido **c b** aplicando después la punta del compás en el vértice **A** del ángulo dado **B A C**, se trazará con la misma abertura el arco **B C**. Se tomara la distancia de **C** a **B**, se la llevará desde **c** a **b** y quedará determinado el punto **b** por el cual, y por el punto **a**, se tirará la **a b**, cuya línea formará con la **a c** el ángulo **b a c** igual al dado **B A C**.

[4 v]

Principio del libro

Todo cuerpo ocupa [tiene] un espacio que tiene tres dimensiones, longitud, latitud y profundidad o grueso, sin embargo se separan con el pensamiento como cuando hablamos de la profundidad de un río que no atendemos a su largo ni ancho.

Distínguense, pues, tres especies de extensión: la en longitud solo que se llamará línea; la en longitud y latitud, que se llamará superficie, y la en longitud, latitud y profundidad, que se llamará volumen o sólido.

El asunto de la geometría es manifestar las propiedades de cada una de las tres especies de extensión.

Supondremos que todas las líneas y superficies de este estudio están en un mismo plano, por el que se entiende una superficie sin hoyos ni eminencias, por ejemplo una mesa o un cristal, u otra cosa que si se aplica el canto de una regla, todos sus puntos están en dicha superficie y la toquen.

Puntos se llaman los extremos de una línea y punto el paraje donde es cortada o donde las líneas se encuentran o concurren, y así el punto se puede considerar como una porción de extensión de longitud, latitud y profundidad infinitamente pequeñas.

[5 f]

Principio del Libro

Todo cuerpo ~~tiene~~ ocupa un espacio q.e tiene tres dimensiones longitud, latitud y profundidad o grueso, sin embargo se separan con el pensam.to como quando hablamos de la profundidad de un rio q.e no atendemos a su largo ni ancho

Distinguense pues tres especies de extensiones la en longitud sola q.e se llamara linea, la en longitud y latitud q.e se llamara superficie, y la en longitud, latitud y profundidad q.e se llamara volumen o solido

El asunto dela Geometria es manifestar las propiedades de cada una delas 3 especies de extension.

Supondremos q.e todas las lineas y superficies de que se trate estan en un mismo plano p.r el q.e se entiende una superficie sin hoyos ni eminencias p.r exemplo una mesa o un cristal, i otra cosa q.e si se aplica el canto de una regla todos sus puntos esten en dicha superficie y la toquen.

Puntos se llaman los extremos de una linea y punto el parage donde es cortada o donde las lineas se encuentran o concurren, y asi el punto se puede considerar como una porcion de extension de longitud, latitud y profundidad infinitamente pequeñas.

[Vacío en el original]

Siguen los ángulos

El ángulo recto es aquel cuya medida es un arco de 90 grados o la 4° parte de la circunferencia. Los ángulos **D A E, E A B**, son rectos.

El ángulo obtuso es aquel cuya medida es un arco de más de noventa grados. Tal es el ángulo **F A B**.

El ángulo agudo es aquel cuya medida es un arco que no llega a noventa grados: los ángulos **D A F, F A E**.

De todo lo dicho se infiere:

1° Que todos los ángulos rectos son iguales unos con otros, porque cogen noventa grados.

2°. Que no son todos iguales los obtusos, pues uno puede pasar de 90° más o menos que otros.

3°. Que tampoco son todos iguales unos con otros los ángulos agudos, porque pueden acercarse unos más o menos que otros al ángulo recto.

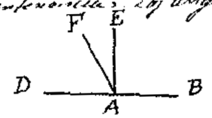
Llamaré complemento de un ángulo lo que le falta o sobra para 90°. El ángulo **E A F** es complemento de **D A F** y del **F A B**, pues, **D A E + E A F** es el valor del ángulo recto **D A E** y **F A B – E A F** también vale el ángulo recto **B A E.**

Llámase suplemento de un ángulo lo que le falta para que tenga el valor de dos ángulos rectos o 180°. **D A F** es el suplemento de **F A B.** De la naturaleza del complemento y suplemento se infiere que los ángulos y arcos iguales tienen complementos y suplementos iguales, y recíprocamente que son iguales los ángulos y los arcos cuando tienen complementos o suplementos iguales. Del método declarado para valuar un ángulo, inferi-

[6 f]

Siguen los Angulos

El angulo recto es aquel cuya medida es un arco de 90 grados; ó la 4.ª p.te de la circunferencia; los angulos DAE, EAB son rectos



El angulo obtuso es aquel cuya medida es un arco de mas de 90 grados; tal es el angulo FAB.

El angulo agudo es aquel cuya medida es un arco q.e no llega á 90 grados; los angulos DAF. FAE

De todo lo dicho se infiere 1.º q.e todos los angulos rectos son iguales unos con otros p.r q.e cogen 90.º 2.º que no son todos iguales los obtusos pues unos pueden pasar de 90.º mas ó menos q.e otros. 3.º q.e tampoco son todos iguales unos con otros los angulos agudos p.r q.e pueden acercarse unos mas ó menos q.e otros al angulo recto.

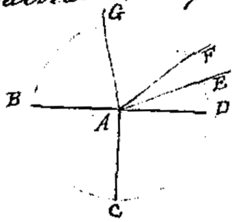
Llamase complemento de un angulo lo q.e le falta ó sobra p.a 90.º: el angulo EAF es complemento del DAF. y del FAB pues DAF + EAF es el valor del angulo recto DAE y FAB – EAF tambien vale el angulo recto BAE.

Llamase suplemento de un angulo lo q.e le falta p.a q.e tenga el valor de dos angulos rectos, o 180.º DAF es el suplemento de FAB.

De la naturaleza del complemento y suplemento se infiere q.e los angulos y arcos iguales tienen complementos y suplementos iguales, y reciprocamente q.e son iguales los angulos ó los arcos quando tienen complementos ó suplementos iguales.

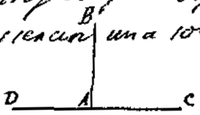
Del metodo declarado p.a valuar un angulo interisemos 1° q.e una linea recta AB (la de la v.ta) q.e cae sobre otra CD forma con ella dos angulos BAC, BAD q.e valen juntos 180°.

Que si desde un mismo punto A (las q.e sigues) se tiran quantas rectas se quieran AC. AE, AF, AG &c.a todos los angulos juntos BAC, CAD, DAE, EAF FAG, GAB q.e forman no pasarán de 360° ni tampoco valdrán menos

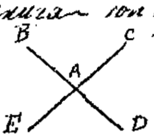


Del dicho se infiere q.e todo diametro DB. v.g divide la circunferencia en dos partes iguales

Si dos lineas rectas AC. AD tiradas p.r el extremo A de otra linea forman con ella dos angulos BAC BAD q.e juntos valgan dos angulos rectos las dos lineas rectas seran una sola y misma linea



Una vez q.e los angulos son iguales quando lo son sus suplementos se sigue q.e los angulos BAC, EAD opuestos al vertice, y formados p.r dos rectas BD, EC q.e se cruzan son iguales uno con otro.



remos:

1° Que una línea recta **A B**(la de la vuelta) que cae sobre otra **C D** forma con ella dos ángulos **B A C, B A D**, que valen juntos 180°.

Que si de un mismo punto **A** (la que sigue) se tiran cuantas rectas se quieran **A C. A E, A F, A G &** todos los ángulos juntos **B A C, C A D, D A E, E A E' F A G, G A B** que forman no pasarán de 360° ni tampoco valdrán menos.

De lo dicho se infiere que todo diámetro **D B.** v[erbi] g[racia] divide la circunferencia en dos partes iguales.

Si dos líneas rectas **A C. A D** tiradas por el extremo **A** de otra línea, forman con ella dos ángulos: **B A C, - B A D**, que juntos valgan dos ángulos rectos, las dos líneas rectas serán una sola y misma línea.

Una vez que los ángulos son iguales, cuando lo son sus suplementos, se sigue que los ángulos **B A C, E A D**, opuestos al vértice y formados por dos rectas **B D, E C**, que se cruzan, son iguales uno con otro.

[6 v]

De las perpendiculares, oblicuas y paralelas

De una línea recta se dice que es perpendicular a otra recta cuando cae sobre ésta sin inclinarse ni a un lado ni a otro. **A C** es perpendicular a **B D**.

De aquí se deduce que cuando una línea es perpendicular a otra, forma con ella dos ángulos iguales y rectos. Que si una línea que encuentra a otra, forma con ella dos ángulos rectos y por consiguiente iguales, es indefectiblemente perpendicular a dicha línea porque no se inclina a ningún lado. Que cuando una línea **A E** v. g. es perpendicular a otra línea **B D**, ésta es también perpendicular a la **A E**. Que cuando un punto **A** v.g. de una línea **A C** perpendicular a **B D**, está a igual distancia de ambos puntos **B** y **D**, todos los demás puntos de la **A C** también están a igual distancia de ambos puntos **B D**.

Que desde un punto **A** fuera de una línea **B D** no se puede tirar más de una perpendicular a dicha línea.

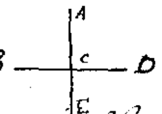
Una línea recta **A C** (figura 18) será perpendicular a otra recta **B D** si tuviere la primera dos cualesquiera de sus puntos **A C** equidistantes de otros dos puntos cualesquiera **B D** de la segunda

[7 f]

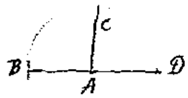
De las perpendiculares, oblicuas y paralelas

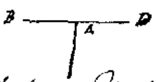
[illegible] q.e es perpendicular á otra recta quando cae sobre esta, sin inclinarse ni a un lado ni al otro: AC es perpendicular á BD

Fig.ª 18.



De aquí se deduce q.e quando una línea es perpendicular á otra forma con ella dos angulos iguales y rectos. Que si una línea q.e encuentra á otra forma con ella dos angulos rectos y por consiguiente iguales es indefectiblem.te perpendicular á dha línea por q.e no se inclina á ningun lado. Que quando una línea AE v.g. es perpendicular á otra línea BD esta es tambien perpendicular á la AE. Que quando un punto A v.g. de una línea AC perpendicular á BD esta á igual distancia de ambos puntos B, D ~~todos~~ los demas puntos de la AC tambien estan á igual distancia de ambos puntos BD

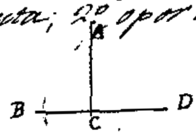




Que desde un punto A fuera de una línea BD no se puede tirar mas de una perpendicular á dha línea

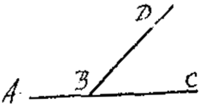
Una línea recta AC (fig.ª 18) será perpendicular á otra recta BD, si tubiere la primera dos qualesquiera de sus puntos AC equidistantes de otros dos puntos qualesquiera BD de la segunda

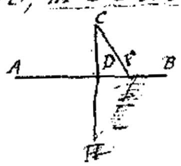
Despues de lo dicho acerca de las perpendiculares será facil 1.º tirar una perpendicular a una recta BD ó por un punto dado C en la misma recta; 2.º ó por un punto dado A fuera de ella



Si la perpendicular se hubiese de tirar en el extremo

Linia obliqua respecto de otra es la q.e se inclina á algun lado; la BD es obliqua respecto de la AC





De aqui inferiremos 1.º q.e una linea obliqua á otra forma con ella dos angulos desiguales q.e son suplemento del uno del otro.

2.º Que si una linea que encuentra á otra forma con ella dos angulos desiguales será obliqua respecto de ella por q.e se inclina á un lado.

Si desde un mismo punto C se tiran á la linea AB la perpendicular CD y la obliqua CF; la perpendicular CD será mas corta q.e la obliqua CF de q.e se infiere q.e la linea perpendicular es la mas corta q.e desde un punto se puede tirar á otra linea y que por

Después de lo dicho acerca de las perpendiculares será fácil 1° tirar una perpendicular a una recta **B D** o por un punto dado **C** en la misma recta; 2 ° o por un punto dado **A** fuera de ella.

Si la perpendicular se hubiese de tirar en el extremo.

Línea oblicua respecto de otra es la que se inclina a algún lado. La **B D** es oblicua respecto de la **A C**.

De aquí inferiremos: 1° que una línea oblicua a otra forma con ella dos ángulos desiguales que son suplemento uno del otro.

2° Que si una línea que encuentra a otra forma con ella dos ángulos desiguales, será oblicua respecto de ella porque se inclina a un lado.

Si desde un mismo punto **C** se tiran a la línea **A B** la perpendicular **C D** y la oblicua **C F**, la perpendicular **C D** será más corta que la oblicua **C F**, de que se infiere que la línea perpendicular es la más corta que desde un punto se puede tirar a otra línea y que por

[7 v]

consiguiente es la verdadera medida de la distancia entre dos puntos. Y no se la pueden tirar a una perpendicular más que dos líneas iguales así:

De dos líneas rectas trazadas en un mismo plano se dice que son paralelas cuando están en todos sus puntos a igual distancia una de otro. Paralelas son las líneas **A B C D**.

De aquí puede inferirse: 1° que las paralelas aun cuando se las prolongue a lo infinitos no se pueden encontrar.

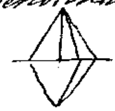
2° Que las líneas **E F G H** tiradas desde la una paralela perpendiculares a la otra son iguales porque miden la distancia que hay de una paralela a otra, y esta distancia es la misma en todos los puntos de ambas paralelas.

3° Que toda línea paralela a una de dos paralelas, es también paralela a la otra, porque no puede estar en todos sus puntos a igual distancia de la una de las dos paralelas sin estarlo de la otra.

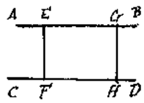
No obstante se considera las paralelas como que si se prolongaran a lo infinito se encontrarían.

[8 f]

consiguiente es la verdadera medida de la distancia entre dos puntos. Y no se la pueden tirar á una perpendicular más que dos lineas iguales así



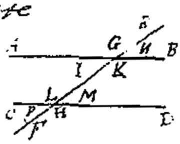
De dos lineas rectas trazadas en un mismo plano se dice q. son paralelas quando estan en todos sus puntos á igual distancia una de otra; paralelas son las lineas AB CD.



De aquí puede inferirse 1.º q. las paralelas aun quando se las prolongue a lo infinito no se pueden encontrar. 2.º q. las lineas EF ~~GH~~ H. tiradas desde la una paralela perpendiculares á la otra son iguales porq. miden la distancia q. hay de una paralela á otra y esta distancia es la misma en todos los puntos de ambas paralelas 3.º Que toda linea paralela a una de dos paralelas es tambien paralela á la otra porq. no puede estar en todos sus puntos á igual distancia de la una de las dos paralelas sin estarlo de la otra.

No obstante se considera las paralelas como q. si se prolongaran á lo infinito se encontrarian.

Dos lineas paralelas A B C D. cortadas por otra linea E F llamada secante estan igualmente inclinadas respecto de un mismo punto E de la secante



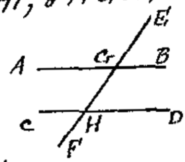
toda secante forma con las paralelas varios angulos en el hemos de pasar la consideracion. Unos estan entre las paralelas y se llaman internos como I K L i M. otros estan fuera y se llaman externos como G y N arriba, y P y H abajo. Quando se considera uno de dos en dos ya sean internos ya externos se llaman angulos alternos. I y M, L y K son alternos internos. N y P, G y H son alternos externos.

Los dos angulos q. forman las paralelas a un mismo lado de la secante uno interior y otro exterior, como M y N son iguales

Los angulos alternos internos (figura de abajo) AGH, DHF son iguales.

Los angulos alternos externos BGE, CHF son iguales.

Los angulos BGE, DHF, ó AGE, CHF son suplemento uno de otro



todas estas propiedades se verifican siempre q. una linea recta corta dos lineas paralelas ~~recíprocamente~~ recíprocamente siempre q. una linea recta corte dos lineas rectas de modo q. se

Dos líneas paralelas **A B C D**, cortadas por otra línea **E F** llamada secante están igualmente inclinada respecto de un mismo punto **E** de la secante.

Toda secante forma con las paralelas varios ángulos en que hemos de parar la consideración. Unos están entre las paralelas y se llaman internos como **I K L M**. Otros están fuera y se llaman externos como **G** y **N** arriba, y **P** y **H** abajo.

Cuando se componen de dos en dos, ya sean internos, ya externos, se llaman ángulos alternos. **I, M,** L y **K,** son alternos internos. **N, P, G** y **H,** son alternos externos.

Los dos ángulos que forman las paralelas a un mismo lado de la secante, uno interior y otro exterior, como **M** y **N**, son iguales.

Los ángulos alternos internos (figura de abajo) **A G H, D H E** son iguales.

Los ángulos alternos externos **B G E, C H F**, son iguales.

Los ángulos **B G E, D H F, o A G E, C H F**, son suplemento uno de otro.

Todas estas propiedades se verifican siempre que una línea recta corta dos líneas paralelas recíprocamente. Siempre que una línea recta corte dos líneas rectas de un modo que se

[8 v]

verifique alguna de estas propiedades, se podrá inferir que las dos líneas cortadas son paralelas.

De las propiedades demostradas de las paralelas, podemos inferir varias consecuencias:

1ª. Siempre que dos ángulos **A B C, D E F,** vueltos hacia un mismo lado tienen sus lados paralelos, son iguales.

2ª. Si la línea **G H** fuese perpendicular a las dos líneas **A B, C D**, estas dos líneas serán paralelas.

3ª. Para tirar por un punto dado **H** una línea **C D** paralela a otra línea **A B &**. Es repetición de otra anterior.

4ª. Si dos líneas **C D, E F** son perpendiculares a otra línea **A B** serán paralelas una a otra.

Porque los ángulos en **C** y **E** serán rectos, luego el ángulo **D C E**, será suplemento del ángulo **F E C**, luego las dos líneas serán paralelas.

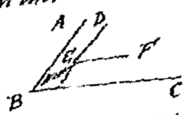
5ª. Si dos líneas **C D E F** paralelas, la una **C D** v.g. es perpendicular a **A B**, lo será también la **E F**.

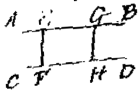
[9 f]

verifique alguna de estas propiedades, se podrá inferir q. las dos líneas cortadas son paralelas.

De las propiedades demostradas de las paralelas, podemos inferir varias consequencias.

1ª Siempre q. dos angulos ABC, DE'F' vueltos hacia un mismo lado tienen sus lados paralelos, son iguales.

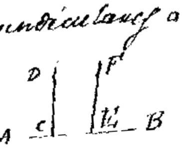




2ª Si la linea GH fuere perpendicular á las dos lineas AB, CD estas dos lineas seran paralelas.

3ª Para tirar por un punto dado H una linea CD paralela á otra linea AB [illegible] de otra [illegible]

4ª Si dos lineas CD, E'F' son perpendiculares á otra linea AB serán paralelas una á otra.



Porq.e los angulos en C y E' seran rectos, luego el angulo DCE' será suplemento del angulo F'E'C, luego las dos lineas serán paralelas.

5ª Si de dos lineas CD E'F' paralelas, la una CD v.g. es perpendicular á AB, lo será tambien la E'F'.

[Vacío en el original]

De las líneas rectas consideradas en el círculo

Una línea **C P** tirada desde el centro de un círculo perpendicular a una cuerda **F M**, divide la cuerda en dos partes iguales.

Y también porque tiene el punto **C** equidistante los extremos de **F M** de la cuerda **F M** y por ser **C P** perpendicular a la cuerda, todos los demás puntos de la misma **C P** están a igual distancia de los **M, F**, luego el punto *P* está a igual distancia de los **M, F** luego el punto **P** está a igual distancia de **M** que de **F** y por lo mismo **MP=PF**. Y si se prolonga hasta **R**, este punto será equidistante de **M F** y por consiguiente la línea **C R** perpendicular a la cuerda corta por el medio arco **F R M** que la cuerda **F M** subtende. Y recíprocamente si una línea **C P** que pasa por el centro, divide por el medio una cuerda es perpendicular a la cuerda.

Si la línea **C P** es perpendicular a la cuerda **F M** y la parte por medio pasa por el centro.

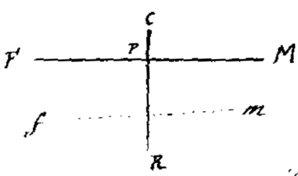
Si la línea **C R** que pasa por el centro divide por medio la cuerda **F M**, también divide por medio el arco **F R M**.

Y se infiere que se tira la **f m** paralela a la **F M**, la **C R** también será perpendicular a **f m** y los arcos **R f R m**, serán iguales; que quiere decir que los arcos de un mismo círculo que están entre paralelas son iguales.

[10 f]

De las líneas Rectas consideradas en el circulo.

Una línea C P tirada desde el centro de un círculo perpen
dicular á una cuerda F'M divide la cuerda en dos par
tes iguales.



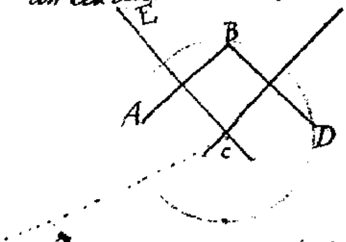
los extremos
Y también p.r q.e tiene el punto C equidistante de F'M de
la cuerda F'M Y p.r ser CP perpendicular á la cuerda todos
los demas puntos de la misma C P estan á igual distancia de
los M, F' luego el punto P esta á igual distancia de M q.e de
F' y p.r la misma MP = PF' Y si se prolonga hasta R. este
punto sera equidistante de MF' y p.r consiguiente la li
nea CR perpendicular á la cuerda corta p.r el medio
el arco F'RM q.e la cuerda F'M subtende. Y reci-
procamente si una línea C P q.e pasa p.r el centro
divide p.r el medio una cuerda es perpendicular
á la cuerda.

Si la línea C P es perpendicular á la cuerda
F'M y la parte p.r medio pasa p.r el centro.
Si la línea C R q.e pasa p.r el centro divide p.r medio
la cuerda F'M también divide p.r medio el arco
F'R M

Y si se tira la fm paralela á la F'M la C R
también sera perpendicular á fm y los arcos Rf Rm se-
ran iguales q.e quiere decir q.e los arcos de un mismo cír
culo q.e estan entre paralelas son iguales

Un metodo pª trazar un circulo p.r tres puntos

Dados ABD como no esten en una misma direccion p.r q.e es exacto no es posible q.e una linea recta corte un circulo en tres puntos



Quando se quiera hallar ~~un circulo~~ el centro de un circulo conocido solo un arco suyo se tiraran dos cuerdas al arco, y se practicara lo q.e aca bamos de declarar

Un método para trazar un círculo por tres puntos dados **A B D** como no estén en una misma dirección, porque de estarlo no es posible que una línea recta corte un círculo en tres puntos

Cuando se quiera hallar [un círculo] el centro de un círculo conocido sólo un arco suyo, se tirarán dos cuerdas al arco y se practicará lo que acabamos de declarar.

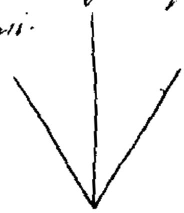
[10 v]

Para partir un ángulo o un arco en dos partes iguales v[erbi]g[racia] el ángulo **B A C**, se ejecuta así:

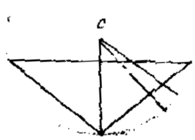
Después de partido el arco (figura que sigue) en dos partes iguales y tiradas las cuerdas, se dividirán en dos partes iguales los arcos que subtenden, tirando a dichas cuerdas por el centro **C**, líneas perpendiculares, y prosiguiendo se podrá dividir 1º un arco en dos partes iguales, después en cuatro, partiendo cada una de las dos 1ª en otras dos, después en, ocho partes por el orden de la progresión ÷÷2: 4:8:16.

[11 f]

Para partir un angulo, o un arco en dos partes iguales v.g. el angulo BAC. se procedera asi.



Despues de partido el arco (fig.a 2.a sigue) en dos p.tes iguales y tiradas las cuerdas, se dividiran en dos p.tes iguales los arcos q.e subtenden tirando a dichas cuerdas por el centro C lineas perpendiculares, y prosiguiendo se podra dividir s.o un arco en dos partes iguales, despues en quatro partiendo cada una de las dos p.tes en otras dos, despues en 8 u p.tes el orden de la progre-sion ÷ 2 : 4 : 8 : 16 &.a



Llamase ~~secante~~ tangente del circulo una linea q.e toca la circunferencia sin cortarla aunq.e se la prolongue. Llamase secante del circulo toda una linea q.e encuentra el circulo en dos puntos estando parte de ella fuera del circulo.

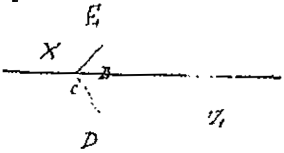
Luego p.r un mismo punto de la circunferencia no se puede tirar mas de una tangente.

toda tangente es perpendicular al radio q.e remata en el punto de contacto.

toda perpendicular al extremo de un radio es tangente del circulo, y reciprocamente toda tangente es perpendicular al radio q.e remata en el punto del contacto.

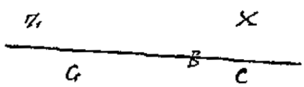
Por un mismo punto de la circunferencia no se puede tirar mas de una tangente.

Si las circunferencias de dos circulos X y Z se encuentran en dos puntos D E, se cortan por precision



porq.e como los radios C D C E del circulo X son iguales estan a igual distancia del extremo B de la linea C B &a.

Si las circunferencias de circulo X y Z se tocan en un punto B dentro o fuera, los centros C G de los dos circulos, y el punto de contacto B estan en una misma linea recta.



Llámase [secante] tangente del círculo una línea que toca la circunferencia sin cortarla aunque se la prolongue.

Llámase secante del círculo toda línea que encuentra el círculo en dos puntos estando parte de ella fuera del círculo.

Luego por un mismo punto de la circunferencia no se puede tirar más de una tangente.

Toda tangente es perpendicular al radio que remata en el punto de contacto.

Toda perpendicular al extremo de un radio es tangente del círculo, y recíprocamente toda tangente es perpendicular al radio que remata en el punto del contacto.

Por un mismo punto de la circunferencia no se puede tirar más de una tangente.

Si las circunferencias de dos círculos **X** y **Z** se encuentran en dos puntos **D E**, se cortan por precisión.

Por que como los radios **C D C E** del círculo **X**, son iguales, están a igual distancia del extremo **B** de la línea **C B**, etcétera. Si dos circunferencias del círculo **X** y **Z** se tocan en un punto **B** dentro o fuera, los centros **C G** de los dos círculos y el punto de contacto **B** están en una misma línea recta.

[11 v]

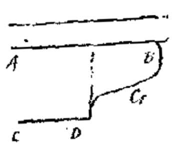
De aquí y de lo probado sacaremos la resolución de las tres las cuestiones siguientes que ocurren con frecuencia en la práctica de la arquitectura.

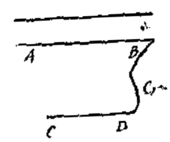
Cuestión 1ª. Entre dos paralelas **A B, C D** trazar con dos arcos iguales un talón derecho o reverso **B G D** en la salida o vuelo dado **B K**.

[12 f]

De aqui, y de lo tratado sacaremos la resolucion de las tres questiones siguientes q ocurren con frequencia en la practica de la Arquitectura.

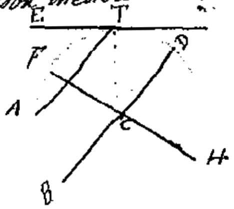
Cuestion 1a. Entre dos paralelas AB, CD trazar con dos arcos iguales un talon derecho, o reverso BGD en la salida o vuelo dado BK





De los Angulos considerados en el Circulo

El angulo ETA q. una tangente forma con una cuerda, tiene por medida la mitad del arco q. la cuerda subtiende



tirense p. el centro C el diametro BD paralelo á la cuerda AT y el diametro FH perpendicular á la misma cuerda; el angulo ETC q. forma la tangente con el radio será recto pues el radio TC es perpendicular á la tangente; es tambien recto el angulo FCD; luego el quadrante de circulo FD es la medida; de cada uno de dichos angulos. Y como el angulo TCD tiene por medida el arco TD sigue q. el ETA tiene p. medida el arco TF mitad del arco TFA

De los ángulos considerados en el círculo

El ángulo **E T A** que una tangente forma con una cuerda, tiene por medida la mitad del arco que la cuerda subtende.

Tírese por el centro **C** el diámetro **B D**, paralelo a la cuerda **A T** y el diámetro **F H** perpendicular a la misma cuerda; el ángulo **E T C** que forma la tangente con el radio será recto, pues el radio **T C** es perpendicular a la tangente. Es también recto el ángulo **F C D**. Luego el cuadrante de círculo **F D**, es la medida de cada uno de dichos ángulos. Y como el ángulo **T C D** tiene por medida el arco **T D** síguese que **E T A** tiene por medida el arco **T F** mitad del arco **T F A**.

[12 v]

De las líneas que cierran un espacio o de las figuras planas.

Llamase figura, un espacio terminado o cerrado por todas partes, y en toda figura hay dos cosas que considera, a saber, las líneas que la forman cuyo conjunto se llama ámbito, contorno o perímetro de la figura, y el espacio, área o superficie que el perímetro encierra. Ahora, solo consideraré el primero de estos puntos.

Las figuras planas únicas que consideraremos no se distinguen del plano ya definido.

Las figuras curvas son las que no tienen todos sus puntos tan altos o tan bajos unos como otros; la superficie de una bola es una figura curva.

Las figuras mixtas son todas las que en parte son planas y en parte curvas.

Como el perímetro de una figura [puede] plana puede componerse de rectas, curvas o mixtas, se distinguen las figuras en rectilíneas, curvilíneas y mixtilíneas. Ahora se trata de las rectilíneas y del círculo.

Las figuras que tienen sus perímetros de igual extensión, se llaman isoperímetras.

Decimos de un figura **A B C D**, que está <u>inscripta</u> en un círculo, o de un círculo que está <u>circunscripto</u> a una figura, cuando todos los ángulos de la figura están en la circunferencia del círculo.

[13 f]

Delas líneas q.e cierran un espacio, ó delas figuras planas.

Llamase figura un espacio terminado o cerrado p.r todas partes y en toda figura hay dos cosas q.e considerar a saver las líneas q.e la forman cuyo conjunto se llama ambito contorno o perimetro dela figura, y el espacio area, o superficie q.e el perimetro encierra. Ahora solo consideraré el 1º de estos dos puntos

Las figuras planas unicas q.e consideraremos no se distinguen del plano ya definido

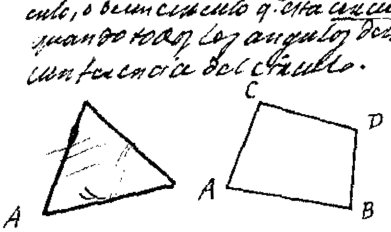
Las figuras curvas son las q.e no tienen todos sus puntos tan altos ó tan bajos unos como otros; la superficie de una bola es una figura curva.

Las figuras mixtas son todas las q.e en parte son planas y en parte curvas.

Como el perimetro de una figura ~~plano~~ plana puede componerse de rectas, curbas, ó mixtas, se distinguen las figuras en rectilineas, curvilineas, y mixtilineas. Ahora se trata delas rectilineas, y del circulo.

Las figuras q.e tienen sus perimetros de igual extension se llaman isoperimetras.

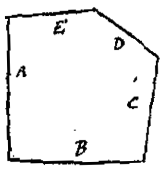
Decimos de una figura ABCD q.e esta inscripta en un circulo, ó de un circulo q.e esta circunscripto á una figura quando todos los angulos dela figura estan en la circunferencia del circulo.



~~finalm.te llamamos diagonal~~

Llamamos circulo inscripto en una figura, ó figura circunscripta á un circulo ABCDE, aquella cuyos lados son todos tangentes del circulo.

Finalmente llamamos diagonal toda linea que desde uno de los angulos de la figura va á parar á otro angulo opuesto AD. v.g. es una diagonal de la figura ABCD. Ella figura de la vuelta.



[finalmente llamamos diagonal]

Llamamos círculo inscripto en una figura o figura circunscripta a un círculo **A B C D E**, aquella cuyos lados son todos tangentes del círculo.

Finalmente llamamos diagonal toda línea que desde uno de los ángulos de la figura va a pasar a otro ángulo opuesto **A D** v[erbi]g[racia] es una diagonal de la figura **A B C D**. Es la figura de la vuelta.

[13 v]

De los triángulos y de su igualdad

Para terminar o cerrar un espacio se necesitan por lo menos tres líneas **rectas A B, A C, B C** y entonces se llama el espacio triángulo rectilíneo, y las líneas que la forman lados del triángulo.

En todo triángulo hay que considerar sus lados y sus ángulos, y por razón de sus lados puede haber tres especies de triángulos a la vez.

El triángulo equilátero, y es el que tiene iguales sus tres lados.

El isósceles, y es el que sólo tiene iguales dos lados.

El escaleno, y es el que tiene desiguales todos sus tres lados.

Por razón de los ángulos se distinguen los triángulos en triángulo rectángulo, y es el que tiene recto uno de sus ángulos. El lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa. [del triángulo ABC] **A C** es la hipotenusa del triángulo **A B C** rectángulo en **B**.

Triángulo acutángulo, y es el que tiene sus tres ángulos agudos.

Triángulo obstusángulo, y es el que tiene uno de sus ángulos obtusos.

Llámase base del triángulo su lado inferior **A C**, pero se puede considerar como base cualquiera de los demás lados.

Una línea **B D**, tirada desde el vértice de un ángulo perpendicular a la base **A C**, o a su prolongación, o al lado opuesto, se llama altura del triángulo.

[14 f]

De los triangulos, y de su igualdad.

Para terminar ó cerrar un espacio se necesitan p.r lo menos tres lineas rectas AB, AC, BC y entonces se llama el espacio triangulo rectilineo, y las lineas q.e le forman lados del triangulo.

En todo triangulo hay q.e considerar sus lados y sus angulos, y p.r razon de sus lados puede haber tres especies de triangulos a saber

El triangulo equilatero, y es el q.e tiene iguales sus tres lados

El isosceles, y es el q.e solo tiene iguales dos lados

El escaleno, y es el q.e tiene desiguales todos sus tres lados

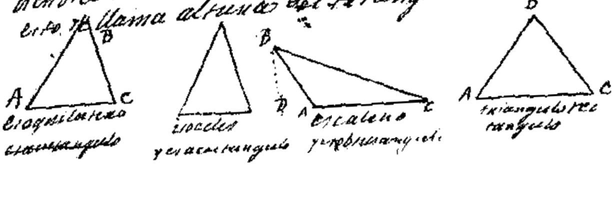
Por razon de los angulos se distinguen los triangulos en triangulo rectangulo, y es el q.e tiene recto uno de sus angulos El lado opuesto al angulo recto se llama hypotenusa; ~~del triangulo ABC~~ AC es la hypotenusa del triangulo ABC rectangulo en B

triangulo acutangulo, y es el q.e tiene sus tres angulos agudos

triangulo obtusangulo, y es el q.e tiene uno de sus angulos obtusos

Llamaré base del triangulo su lado inferior AC pero se puede considerar como base qualquiera de los demas lados

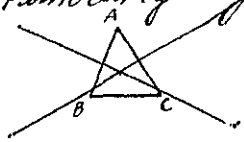
Una linea BD tirada de el vertice de un angulo perpendicular á la base AC, ó a su prolongacion, ó al lado opuesto, se llama altura del triangulo.



sigue.

se de aqui q.e p.r los vertices de los tres angulos de un triangulo se puede trazar siempre q.e se quiera una circunferencia de circulo. ~~de aqui~~ (Acuerdanse del modo de trazar) De aqui inferiremos

1.º Que quando dos angulos de un triangulo son iguales los lados opuestos á d.hos angulos son tambien iguales; y reciprocamente quando dos lados de un triangulo son iguales, los angulos opuestos á los lados son tambien iguales



Luego los tres angulos de un triangulo equilatero son iguales valiendo p.r lo mismo ~~cada~~ uno de los tres el tercio de 180.º ó 60.º

2.º Que en un mismo triangulo ABC el mayor lado está opuesto al mayor ~~lado~~ angulo, y reciprocamente.

En todo triangulo BAC la suma de los tres angulos vale dos angulos rectos.

De la ultima proposicion se infiere.

1.º Que en ningun triangulo puede haber mas de un angulo recto, ó un angulo obtuso, habiendo de ser por precision agudos los otros dos. Porq.e a no ser asi habria triangulos cuyos tres angulos valdrian mas de 180.º y esto no puede ser

2.º Que en conociendo dos angulos de un triangulo, es conocido el tercero, el qual vale lo q.e les falta á los otros dos p.a valer 180.º Y en conociendo un angulo es

Se ve aquí que por los vértices de los tres ángulos de un triángulo se puede trazar siempre que se quiera una circunferencia de círculo acordándose del modo de operar. De aquí inferiremos:

1| Que cuando dos ángulos de un triángulo son iguales, los lados opuestos a dichos ángulos son también iguales, y recíprocamente cuando dos lados de un triángulo son iguales, los ángulos opuestos a los lados son también iguales.

Luego los tres ángulos de un triángulo equilátero son iguales, valiendo por lo mismo cada uno de los tres el tercio de 180° o 60°.

2° Que en un mismo triángulo **A B C**, el mayor lado está opuesto al mayor [lado] ángulo y recíprocamente.

En todo triángulo **B A C**, la forma de los tres ángulos vale dos ángulos rectos.

De la última proposición se infiere:

1° Que en ningún triángulo puede haber más de un ángulo recto o un ángulo obtuso, habiendo en ser por precisión agudos los otros dos. Porque a no ser así habría triángulos cuyos tres ángulos valdrían más de 180° y esto no puede ser.

2° Que en conociendo dos ángulos de un triángulo, es conocido el tercero, el cual vale lo que les falta a los otros dos para valer 180°. Y en conociendo un ángulo, es

[14 v]

conocida la forma de los otros dos, y es lo que le falta al primer ángulo para los 180°.

3° Que si en un triángulo **A B C** (abajo prolongamos el lado **B C**, el ángulo externo **A C D** será igual a la forma de los dos internos **A, B** opuestos a dichos lados.

Por que **A C D + A C B** vale 180° pero **A C B+ A B C+ A C B** valen también 180°. Luego restando de estas dos sumas iguales el ángulo **A C B** quedará **A C D= C A B+A B C**

5° Que en todo triángulo rectángulo los dos ángulos agudos son complemento uno de otro. Porque cuando uno de los tres ángulos de un triángulo vale 90°, los otros dos puntos han de valer también 90°.

Dos triángulos son iguales uno con otro siempre que los tres lados del uno son iguales a los tres lados del otro.

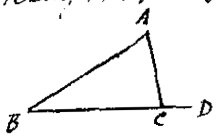
Dos triángulos son iguales cuando tienen un lado igual a un lado adyacente a dos ángulos iguales cada uno al suyo. (lo de arriba)

Dos triángulos son iguales siempre que tienen dos lados iguales cada uno al suyo, e igual el ángulo que dichos lados formen. (lo de arriba)

[15 f]

conocida la suma de los otros dos, y es lo que le falta al primer angulo p. los 180°.

3°. Que si en un triangulo ABC (abajo) prolongamos el lado BC, el angulo externo ACD será igual a la suma de los dos internos A, B opuestos al otro lado.

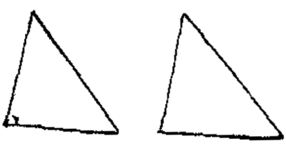


Porque ACD + ACB vale 180° pero ACB + ABC + ACB vale tambien 180°. luego restando de estas dos sumas iguales el angulo ACB quedara ACD = CAB + ABC

5°. Que en todo triangulo rectangulo los dos angulos agudos son complemento uno de otro.

Porque quando uno de los tres angulos de un triangulo vale 90°. los otros dos juntos han de valer tambien 90°.

Dos triangulos son iguales uno con otro siempre que los tres lados del uno son iguales a los tres lados del otro.

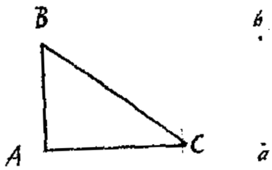


Dos triangulos son iguales quando tienen un lado igual a un lado adyacente a dos angulos iguales cada uno al suyo. (b de arriba)

Dos triangulos son iguales siempre que tienen dos lados iguales cada uno al suyo, é igual el angulo que dichos lados forman. (a de arriba)

Un metodo p.a trazar un triangulo ABC cuyos lados sean iguales á los de otro triangulo abc

Se toma AB = ab; desde el centro A y con un radio = ac, se-gundo lado conocido y desde el centro B con otro radio = bc tercer lado conocido, se trazaran dos arcos m n, que se cor-tan en C, y con tirar las CA, CB queda trazado el tri-angulo q.e se pide.



Un método para trazar un triángulo **A B C** cuyos lados sean iguales a los de otro triángulo **a b c**.

Se forma **A B = ab**; desde el centro **A** y con un radio **= a c**, segundo lado conocido y desde el centro **B** con otro radio **b c = tercer** lado conocido, se trazan dos arcos **m n**, o por que se cortan en **C**, y con tirar las **C A**, **C B** queda trazada el triángulo que se pide.

[15 v]

De los cuadriláteros

Llamamos [figura] cuadrilátero una figura terminada por cuatro líneas rectas.

Una figura cuadrilátera **A B C D**, que no tienen lado alguno paralelo a otro, se llama trapezoide.

Cuando tiene dos lados no más paralelos como **A D** y **B C**, se llama trapecio.

Y se llama paralelogramo el cuadrilátero **A B C D** que tiene paralelos sus lados opuestos.

Infiérese de aquí que puede haber cuatro especies de paralelogramos que se distinguen con nombres particulares.

1° Cuando los ángulos y lados contiguos del paralelogramo son desiguales se le llama romboide.

2° Cuando los lados del paralelogramo son iguales, y desiguales sus ángulos, se le llama rombo.

3° Cuando todos los ángulos del paralelogramo son rectos, por consecuente iguales, y desiguales los lados contiguos, se le llama paralelogramo rectángulo.

4° Finalmente cuando el paralelogramo tiene iguales sus lados y sus ángulos se le llama cuadrado.

El lado inferior **A D** de todo cuadrilátero se llama base del cuadrilátero.

Y se llama altura del cuadrilátero toda perpendicular **B E** tirada a la base a su prolongación desde el lado opuesto. Todos los ángulos juntos de un cuadrilátero **A B C D** valen cuatro ángulos rectos.

[16 f]

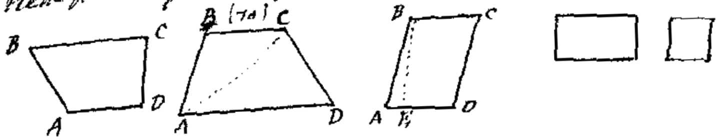
Delos Quadrilateros

Llamamos ~~figura~~ quadrilatero a una figura terminada p.r quatro lineas rectas.

Una figura quadrilatera ABCD q.e no tiene lado alguno paralelo a otro se llama trapezoide

Quando tiene dos lados no mas paralelos como AD y BC se llama trapecio.

Se llama paralelogramo el quadrilatero ABCD q.e tiene paralelos sus lados opuestos.



Infierese de aqui q.e puede haber quatro especies de paralelogramos q.e se distinguen con nombres particulares:

1.º Quando los angulos y lados contiguos del paralelogramo son desiguales se le llama romboide

2.º Quando los lados del paralelogramo son iguales, y desiguales sus angulos se le llama rombo

3.º Quando todos los angulos del paralelogramo son rectos, y p.r consiguiente iguales, y desiguales los lados contiguos se le llama paralelogramo rectangulo

4.º finalm.te q.do el paralelogramo tiene iguales sus lados y sus angulos se le llama quadrado

El lado inferior AD de todo quadrilatero se llama base del quadrilatero.

Y se llama altura del quadrilatero toda perpendicular BE tirada a la base ó a su prolongacion desde el lado opuesto

todos los angulos juntos de un quadrilatero ABCD valen quatro angulos rectos (70)

[Vacío en el original]

Problema

Hallar la longitud del rayo visual que termina en el horizonte aparente de la superficie del mar, mirando desde un sitio elevado.

Sea por suposición **A T= 59** pies de París y sea la tangente **AB** la visual del observador que desde el punto **A** registra el horizonte.

El rectángulo formado por la secante **A I** y por su parte exterior **A T**, será igual al cuadrado de la tangente **AB**, esto es **AT x AI=AB**^{2} y por consiguiente **AB= VAT x AL**. Euclides libro tercero. Prop. 36.

Los astrónomos han determinado la longitud del diámetro de la Tierra, cuyo valor medio=39.261.528 pies de París; a que agregados 59 se tendrá **AI**= 39.261.587; será pues **AB**= V59x39.261.587, el cálculo de esta ecuación por los logaritmos es como sigue.

Log. de **AT**= log. de 59. [261.587]=....1,7708520

Log. De **AI**= log. de 39261.587=........7,5939679

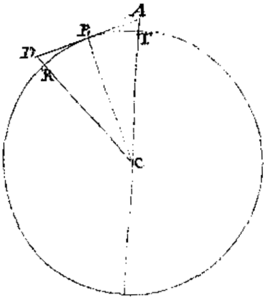
Log. de **AT x AI**= log. de **AB**=...........9,3648199

Log. de √**VAT x AI**= log. de **AB**^{2}.= log. de 48119,3=4,6824099

[17 f]

Problema.

Hallar la longitud del Rayo visual que termina en el orizonte aparente dela superficie del Mar, mirando desde un sitio elevado.



Sea por suposicion $AT = 59$ pies de Paris, y sea la tangente AB la visual del observador que desde el punto A registra el orizonte.

El rectangulo formado por la secante AI, y por su parte exterior AT será igual al quadrado dela tangente AB; esto es $AT \times AI = \overline{AB}^2$. y por consiguiente $AB = \sqrt{AT \times AI}$. Euclides lib.º 3º prop. 36.

Los Astronomos han determinado la longitud de el diametro dela tierra, cuyo valor medio $= 39.261.528$ pies de Paris; aque agregados 59. se tendrá $AI = 39.261.587$; ~~tendra~~ sera pues $AB = \sqrt{59 \times 39.261.587}$. el calculo de esta ecuacion por los logaritmos es como sigue.

$\log.$ de $AT = \log.$ de $59.$ ~~261.587~~ $= \ldots\ 1,7708520.$
$\log.$ de $AI = \log.$ de $39261.587 = \ldots\ 7,5939679.$
$\log.$ de $AT \times AI = \log.$ de $AB = \ldots\ 9,3648199$
$\log.$ de $\sqrt{AT \times AI} = \log.$ de $\overline{AB}^2 = \log.$ de $48119,3 = 4,6824099.$

al 59 pies de elevacion percive la vista la superficie del mar hasta la distancia de 48119.3. pies: esta cantidad partida por 5706.9 pies valor de una milla maritima, que es al quociente 8.43 millas, ó cerca de 8½ millas.

Si en la prolongacion del rayo visual mas allá del punto de contingencia en el horizonte aparente descubriese el ojo un objeto D, elevado 59 pies sobre la superficie de las aguas, como pudiera acontecer hallandose en R un navio cuya cofa de Palo mayor tuviese dicha altura; en tal caso la distancia á que pudiera verse el objeto D seria dupla de AB; esto es, AD seria = 16.87 millas, ó á muy cerca de 17 millas.

Si la altura AT fuese de 70.5 pies de Paris, la equacion $AB = \sqrt{AT \times AI}$ se resolveria como la precedente sin otra diferencia q.e la que produce el aumento en AT.

$$\log. \text{ de } AT = \log. \text{ de } 70.5 = 1.8481891$$
$$\log. \text{ de } AT+TI = \log. \text{ de } AI = \log. \text{ de } 39261598.5 = 7.5939680$$
$$\log. \text{ de } AT \times AI = \log. \text{ de } \overline{AB}^2 = \ldots\ldots 9.4421471$$
$$\log. \text{ de } \sqrt{AT \times AI} = \log. \text{ de } AB = \log. \text{ de } 52611,2 = 4.7210735.$$

Quiere esto decir, que desde una elevacion de 70½ pies de Paris descubriria el ojo la superficie del mar hasta la distancia de 52611,2 pies; esta distancia excede á la primera en 4491,9 pies tan solamente*, aunque la altura del Observador en el 2.º caso, es de 11½ pies mayor q.e en el primero; asi que la cofa del Palo mayor de un navio q.e tuviese como se supuso 59 pies de alto se veria á la distancia de 17 millas en el primer caso, y a la

* 1746 Var.s Castellanas.

A 59 pies de elevación percibe la vista la superficie del mar hasta la distancia de 48119.3 pies. Está cantidad partida por 5706.9 pies, valor de una milla marítima, ofrece al cociente 8.43 millas o cerca de 8 1/2 millas.

Si en la prolongación del rayo visual más allá del punto de contingencia en el horizonte aparente descubriese el ojo un objeto **D**, elevado 59 pies sobre la superficie de las aguas, como pudiera acontecer hallándose en **R** un navío cuya cota de palo mayor tuviese dicha altura; en tal caso la distancia a que pudiera verse el objeto **D** sería dupla de **AB**; esto es, **AD** sería = 16.87 millas o a muy cerca de 17 millas.

Si la altura **AT** fuese de 70.5 pies de París, la ecuación **AB=√VAT x AI**, se resolvería como la precedente, sin otra diferencia que la que produce el aumento de **AI**.

log. de **AT**= log. de 705 = 1.8481891

Log. de **AT+TI**= log. de ***AI***= log. de 39261598.5=<u>7.5939680</u>

log. ***AT* x *AI***= log. de A $\bar{\mathrm{B}}^2$ =...<u>9.4421471</u>

log. de **√AT x AI**= log. de **AB**= log. de 52611,2= 4.7210785

Quiere esto decir, que desde una elevación de 70 ½ pies de París, descubrirla el ojo la superficie del mar hasta la distancia de 52611,2 pies; esta distancia excede a la primera en 4491,9 pies tan solamente* aunque la altura del observador en el 2° caso es de 11 1/2 pies mayor que en el primero, así que la cota del palo mayor de un navío, que tuviese como se supuso 59 pies de alto se vería a la distancia de 17 millas en el primer caso, y a la

* 1746 varas castellanas [al margen].

[16 v]

de 17 ¾ en el segundo, porque los 4491.9 pies no valen más que tres cuartos de milla.

Conforme a mi proyecto, la torre del faro giratorio había de tener 20 ¾ varas sobre el nivel del mar, a que agregando 2 ¼ varas que levanta sobre el piso de la bóveda alta de la torre, el 2° orden de los reververos de la máquina, compondrían 23 varas de Burgos, equivalentes a 59 pies franceses.* Con dar a la torre otras 4 ½ varas, como se pretende, tendría 27 ½ que valen 70 ½ pies de París. Pero sólo se grangea alcanzar a ver ¾ de milla más lejos, y que el faro descuelle y ofrezca mejor vista desde la mar y desde tierra, sacrificando a esta ligera circunstancia otras cualidades que en mi dictamen preponderan y hacen más apreciable la obra.

Miguel Constanzó

[17 v]

...e 117$\frac{3}{10}$ en el segundo p.° q.e los 4491 pies no valen mas q.e tres quartos de milla.

Conforme á mi proyecto, la torre del faro giratorio habia de tener $20\frac{3}{4}$ varas sobre el nivel del mar, á q.e agregando $2\frac{1}{4}$ varas q.e levantaría sobre el piso de la Bóveda alta de la torre el 2.° orden de los reververos de la maquina, compondrian 23 varas de Burgos, equivalentes á 59 pies franceses: dando á la torre otras $4\frac{1}{4}$ varas, como se pretende, tendrá $27\frac{1}{4}$ que valen $70\frac{1}{2}$ pies de Paris; pero solo se granjea alcanzar á ver $\frac{3}{4}$ de milla mas lejos, y que el faro descuelle, y ofrezca mejor vista desde la mar y desde tierra, sacrificando á esta ligera circunstancia otras qualidades q.e en mi dictamen preponderan y hacen mas apreciable la Obra = Miguel Costanzó